

**KESALAHAN SISWA DALAM MENGOPERASIKAN BILANGAN BULAT
PADA MATERI VEKTOR DIMENSI TIGA KELAS XI DI SMK**



**Disusun sebagai salah satu syarat menyelesaikan Program Studi Strata 1 pada
Jurusan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan**

Oleh:

Cynthia Ririani Wibowo

A410150169

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SURAKARTA**

2019

HALAMAN PERSETUJUAN

**KESALAHAN SISWA DALAM MENGOPERASIKAN BILANGAN BULAT
PADA MATERI VEKTOR DIMENSI TIGA KELAS XI DI SMK**

PUBLIKASI ILMIAH

Oleh:

Cynthia Ririani Wibowo

A410150169

Telah diperiksa dan disetujui untuk diuji oleh:

Dosen Pembimbing



Sri Rejeki, M.Pd., M.Sc.

NIDN. 061508702

HALAMAN PENGESAHAN

KESALAHAN SISWA DALAM MENGOPERASIKAN BILANGAN BULAT
PADA MATERI VEKTOR DIMENSI TIGA KELAS XI DI SMK

OLEH
CYNTHIA RIRIANI WIBOWO
A410150169

Telah dipertahankan di depan Dewan Penguji
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Muhammadiyah Surakarta
Pada hari Kamis, 16 Mei 2019
dan dinyatakan telah memenuhi syarat

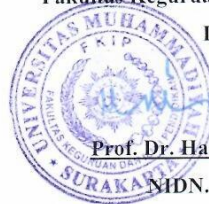
Susunan Dewan Penguji

- | | |
|--|---------|
| 1. Sri Rejeki, M.Pd., M.Sc.
(Ketua Dewan Penguji) | (.....) |
| 2. Masduki, S.Si., M.Si.
(Anggota I Dewan Penguji) | (.....) |
| 3. Drs. Slamet HW, M.Pd.
(Anggota II Dewan Penguji) | (.....) |

Surakarta, 17 Mei 2019

Universitas Muhammadiyah Surakarta
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Dekan,



Prof. Dr. Harun Joko Pravitno

NIDN. 0028046501

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam publikasi ilmiah ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali secara tertulis diacu dalam naskah dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Apabila kelak terbukti ada ketidakbenaran dalam pernyataan saya di atas, maka akan saya pertanggungjawabkan sepenuhnya.

Surakarta, 27 April 2019

Penulis



CYNTHIA RIRIANI WIBOWO

A410150169

KESALAHAN SISWA DALAM MENGOPERASIKAN BILANGAN BULAT PADA MATERI VEKTOR DIMENSI TIGA DI KELAS XI SMK

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan jenis dan penyebab kesalahan siswa dalam mengoperasikan bilangan bulat berdasarkan analisis kesalahan konseptual dan kesalahan prosedural. Penelitian ini dilakukan pada 6 siswa kelas XI TITL di SMK Muhammadiyah 3 Surakarta. Jenis penelitian ini adalah kualitatif. Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes, wawancara, dan dokumentasi. Adapun keabsahan data menggunakan metode triangulasi. Teknik analisis data diterapkan melalui tahapan reduksi data, penyajian data, dan verifikasi data. Metode triangulasi digunakan untuk memastikan validitas data. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa: (1) kesalahan konseptual yang dialami oleh siswa adalah kesalahan dalam penjumlahan, pengurangan, dan perkalian bilangan bulat. Penyebab kesalahan siswa dalam kesalahan konseptual adalah kurangnya pemahaman mereka tentang prinsip dan ide dasar yang terkait dengan bilangan bulat, (2) kesalahan prosedural yang dialami oleh siswa adalah kesalahan dalam prosedur perkalian bilangan bulat. Penyebab kesalahan siswa dalam kesalahan prosedural adalah menerapkan aturan operasi bilangan bulat secara tidak benar.

Kata kunci: bilangan bulat, analisis kesalahan, kesalahan konseptual, kesalahan prosedural.

Abstract

This study aims to describe students conceptual and procedural errors and the causes of those errors in integer operation on the topic of three dimensional vectors. This study was conducted at the 6th grade XI of TITL in SMK Muhammadiyah 3 Surakarta. This is qualitative study. The data collection techniques used in this study are test, interview, and documentation. The data analysis techniques applied through the stages of data reduction, data presentation, and data verification. Method triangulation is used to ensure the validity of the data. The results of this study indicate that: (1) the conceptual error experienced by students was errors in addition, subtraction, and multiplication of integers. The causes of students' errors in the conceptual errors were their lack of understanding of the principles and the basic ideas related to integer, (2) the procedural error experienced by students was error in the procedure of multiplication of integer. The cause of students' error in the procedural errors was applying the rules of integers operations incorrectly.

Key words: integer, error analysis, conceptual error, procedural error.

1. PENDAHULUAN

Matematika merupakan bagian dari ilmu pengetahuan. Berdasarkan penjelasan Haryono (2014: 6) matematika adalah pengetahuan yang didapat melalui proses belajar. Istilah matematika berasal dari bahasa Yunani *mathematikos* yang berarti ilmu pasti (*eksakta*). Di dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI Daring, 2016) matematika adalah ilmu tentang bilangan, hubungan antara bilangan, dan prosedur operasional yang digunakan dalam penyelesaian mengenai bilangan. Berdasarkan beberapa pengertian yang dikemukakan dapat disimpulkan bahwa matematika adalah ilmu pasti yang didapatkan melalui proses belajar untuk menyelesaikan mengenai bilangan.

Siagian (2016) menyatakan bahwa matematika memiliki peranan penting dalam kehidupan manusia, perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Sementara itu, Ekawati (2011) mengungkapkan bahwa pembelajaran matematika memiliki tujuan yang dipaparkan pada buku standar kompetensi mata pelajaran matematika yaitu mempelajari matematika melatih siswa untuk berpikir dan bernalar dalam menarik kesimpulan. Selain itu, siswa dapat mengembangkan kreativitas dengan intuisi, imajinasi, dan penemuan. Matematika juga melatih siswa dalam mengembangkan kemampuan pemecahan masalah. Melalui matematika siswa juga dapat berlatih mengkomunikasikan gagasan atau menyampaikan informasi.

Di dalam matematika, hasil dari perluasan bilangan cacah untuk menyelesaikan permasalahan pengurangan disebut himpunan bilangan bulat, misalkan $5 - 6 = -1$ (Purnomo, 2014: 201). Konsep bilangan negatif adalah konsep yang sulit bagi siswa ketika mempelajarinya. Tanda “-” atau *minus* dikatakan memiliki dua fungsi yang berbeda, salah satunya adalah fungsi biner yang melambangkan operasi pengurangan, dan yang lain adalah fungsi biner yang melambangkan angka negatif atau invers aditif dari bilangan.

Materi vektor dimensi tiga membahas beberapa sub materi diantaranya pengertian vektor dimensi tiga, ruang lingkup vektor dimensi tiga, operasi vektor dimensi tiga, besar sudut antara dua vektor, dan proyeksi vektor. Salah satu materi vektor dimensi tiga yang berkaitan erat dengan bilangan bulat adalah operasi vektor dimensi tiga. Di dalam operasi vektor dimensi tiga berkaitan dengan operasi bilangan

bulat seperti penjumlahan bilangan bulat, pengurangan bilangan bulat, dan perkalian bilangan bulat.

Pratama (2018) dalam penelitiannya menjelaskan bahwa terdapat kesalahan operasi hitung di tingkat SMK pada materi bilangan berpangkat dan bentuk akar. Hal ini terjadi karena kurangnya pemahaman siswa mengenai materi prasyarat tentang operasi bilangan bulat. Kurangnya pemahaman siswa tersebut menyebabkan kesalahan perhitungan pada saat menyelesaikan soal. Penelitian yang dilakukan oleh Sulistyarini (2016) menyatakan bahwa kurangnya pemahaman siswa dalam operasi penjumlahan terhadap perkalian menjadi penyebab kesalahan siswa. Kurangnya pemahaman operasi perkalian bilangan bulat dengan bilangan akar juga menjadi faktor kesalahan siswa.

Berdasarkan pengalaman penulis pada saat melaksanakan Program Pengenalan Lapangan Persekolahan (PLP) II di SMK Muhammadiyah 3 Surakarta, penulis menemukan permasalahan yang muncul dalam kegiatan pembelajaran. Beberapa siswa kurang menguasai materi, khususnya operasi hitung campuran bilangan bulat pada materi vektor dimensi tiga. Hal ini, sejalan dengan informasi dari guru matematika SMK Muhammadiyah 3 Surakarta, bahwa siswa sering melakukan kesalahan dalam mengoperasikan bilangan bulat, sehingga dari jenis kesulitan tersebut menyebabkan nilai ulangan harian siswa rendah.

Asmida, Sugiatno, dan Nursangaji (2016) dalam penelitiannya menggunakan pemahaman konseptual dan kelancaran prosedural untuk meneliti tentang adanya kesalahan siswa dalam operasi hitung bilangan bulat. Sementara itu, Johnson, Schneider, dan Star (2015) menyatakan bahwa “*mathematical competence rests on developing both conceptual and procedural knowledge, and it is widely agreed that conceptual knowledge often supports and leads to procedural knowledge*”. Maksud dari pernyataan tersebut adalah kompetensi matematika bersandar pada pengembangan pengetahuan konseptual dan prosedural, dan banyak yang setuju bahwa pengetahuan konseptual sering mendukung dan mengarah ke prosedural pengetahuan.

Berdasarkan permasalahan yang muncul perlu dilakukan penelitian tentang analisis kesalahan siswa dalam mengoperasikan bilangan bulat. Analisis dilakukan

dengan menggunakan analisis kesalahan konseptual, dan kesalahan prosedural, sehingga dapat diketahui jenis kesalahan siswa dan faktor penyebab kesalahan siswa dalam mengoperasikan bilangan bulat pada materi vektor dimensi tiga di SMK Muhammadiyah 3 Surakarta.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif dengan desain penelitian fenomenologi. Penelitian fenomenologi mencoba menjelaskan atau mengungkap makna konsep atau fenomena pengalaman yang didasari oleh kesadaran yang terjadi pada beberapa individu.

Teknik pengumpulan data yang digunakan berupa tes, wawancara, dan dokumentasi. Adapun keabsahan data menggunakan metode triangulasi. Teknik analisis data yang digunakan di antaranya reduksi data, penyajian data, dan verifikasi data. Dalam reduksi data peneliti merangkum, menentukan hal-hal pokok, sehingga dapat memberikan gambaran yang lebih jelas dan rinci. Setelah melakukan reduksi data (*data reduction*) selanjutnya peneliti melakukan penyajian data (*display data*). Selanjutnya, peneliti melakukan konfirmasi untuk mempertajam data dan memperjelas pemahaman.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini didapat setelah melakukan tes dan wawancara terhadap subjek. Berdasarkan hasil tes yang dilakukan dipilih subjek berdasarkan pengelompokan siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah yaitu T1, T2, T3, T4, T5, dan T6. Peneliti memberikan 5 soal tes sesuai dengan indikator, akan tetapi peneliti hanya memaparkan 3 soal. Tabel 1. menunjukkan soal dan jawaban tes yang sudah divalidasi dan diujikan kepada siswa kelas XI TITL SMK Muhammadiyah 3 Surakarta.

Tabel 1. Soal dan Jawaban Tes Vektor Dimensi Tiga

No	Soal dan Jawaban
1	Diketahui vektor $K = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $L = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, dan $M = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 \\ 6 & 5 & 8 \end{pmatrix}$, tentukan $2K - 3L + M$!

No	Soal dan Jawaban
----	------------------

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 2K - 3L + M &= 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -6 & 0 & 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 \\ 6 & 5 & 8 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ -12 & 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 & 0 & -6 \\ 6 & -9 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 \\ 6 & 5 & 8 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -5 & -2 & 12 \\ -18 & 9 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 \\ 6 & 5 & 8 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -1 & 5 & 21 \\ -12 & 14 & 7 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

2. Jika $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ dan $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$. Tentukan:

a. $\vec{a} \times \vec{b}$

b. $\vec{b} \times \vec{a}$

Penyelesaian:

a. $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$

$$\begin{aligned}
 &= (-6\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) - (\vec{i} + 9\vec{j} - 4\vec{k}) \\
 &= -6\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} - \vec{i} - 9\vec{j} + 4\vec{k} \\
 &= -7\vec{i} - 7\vec{j} + 7\vec{k}
 \end{aligned}$$

b. $\vec{b} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} \\ 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$

$$\begin{aligned}
 &= (\vec{i} + 9\vec{j} - 4\vec{k}) - (-6\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) \\
 &= \vec{i} + 9\vec{j} - 4\vec{k} + 6\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k} \\
 &= 7\vec{i} + 7\vec{j} - 7\vec{k}
 \end{aligned}$$

3.1 Analisis soal pertama

Jawaban subjek T1 pada soal kedua menunjukkan bahwa subjek sudah dapat mengerjakan soal secara runtut sesuai dengan langkah-langkah penyelesaian, akan tetapi pada langkah penyelesaian terdapat ketidaktepatan dalam mengoperasikan bilangan bulat. Pada langkah pertama, subjek menuliskan apa yang akan dicari yaitu

$2K - 3L + M$. Selanjutnya, subjek mensubstitusikan apa yang diketahui ke dalam apa yang ingin dicari. Berikut hasil jawaban subjek T1.

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 \\ 6 & 5 & 8 \end{pmatrix}, \text{ tentukan } 2K - 3L + M! \\
 & 2K - 3L + M = 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -6 & 0 & 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \\
 & \quad + \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 \\ 6 & 5 & 8 \end{pmatrix} \\
 & \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ -12 & 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 & 0 & -6 \\ 6 & -9 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 \\ 6 & 5 & 8 \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} -5 & -2 & 12 \\ -18 & -9 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 \\ 6 & 5 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 21 \\ 12 & 4 & 7 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Gambar 1. Hasil Jawaban Soal Kedua Subjek T1

Berdasarkan hasil jawaban subjek T1 secara prosedural, subjek sudah sesuai dengan prosedur penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat pada vektor dimensi tiga. Secara konseptual, subjek belum tepat dalam mengoperasikan bilangan bulat sehingga jawaban akhir subjek kurang tepat. Berikut ini kutipan wawancara dengan subjek T1.

P : “Pada langkah kedua pada saat mengoperasikan pengurangan, 0 dikurangi -9 berapa?”

T1 : “ -9 , eh $0 - (-9)$ ya? 9 .”

P : “Jika jawaban yang benar adalah 9 , maka pada langkah ketiga hasil penjumlahan yang benar berapa?”

T1 : “ 9 dijumlahkan dengan 5 , hasilnya harusnya 14 .”

P : “Lihat kembali pada langkah ketiga, -18 dijumlahkan dengan 6 berapa?”

T1 : “ 12 , negatif 12 .”

Berdasarkan hasil jawaban dan wawancara pada subjek T1, subjek sudah sesuai dengan prosedur operasi perkalian, penjumlahan, dan pengurangan bilangan bulat dalam menentukan penyelesaian dari $2K - 3L + M$. Secara konseptual, subjek belum tepat dalam mengoperasikan pengurangan dan penjumlahan bilangan bulat pada penyelesaian soal tersebut. Hal ini terletak pada saat subjek mengurangi 0 dengan -9 , dan menjumlahkan -18 dengan 6 . Fuadiah, Suryadi, dan Turmudi (2019) dalam penelitiannya menyatakan bahwa *the integer operating rule proposed*

by the teacher by looking at the sign on a bigger number, bigger numbers are always subtracted by smaller one. Maksudnya, aturan operasi bilangan bulat yang diusulkan oleh guru dengan melihat tanda pada angka yang lebih besar, jumlah yang lebih besar selalu dikurangi dengan yang lebih kecil. Penelitian yang dilakukan Isik (2018) menyatakan bahwa *prospective teachers had more difficulty in posing problems about addition of a positive integer and a negative integer problem than addition of two negative integers*. Maksud dari pernyataan tersebut adalah calon guru memiliki lebih banyak kesulitan dalam mengemukakan masalah tentang penjumlahan bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif daripada penjumlahan dua bilangan bulat negatif.

$$\begin{aligned}
 & \text{Given: } L = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \\
 & 2L - 3M + N = 2 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \\ 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 19 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Gambar 2. Hasil Jawaban Soal Kedua Subjek T3

Secara prosedural, subjek sudah sesuai dengan prosedur penjumlahan bilangan bulat dan pengurangan bilangan bulat pada vektor dimensi tiga, akan tetapi subjek belum sesuai dengan prosedur perkalian bilangan bulat pada vektor dimensi tiga. Secara konseptual, subjek belum tepat dalam mengoperasikan bilangan bulat. Berikut ini kutipan wawancara dengan subjek T3.

P : “Coba dilihat pada langkah kedua, pada saat mengalikan skalar dengan vektor L , yang benar -3 dikalikan dengan vektor L atau 3 dikalikan dengan vektor L ?”

T3 : “ 3 dikalikan dengan vektor L . Berarti masih salah hasilnya.”

P : “Berdasarkan hasil yang kamu tulis, 4 dikurangi 9 berapa?”

T3 : “ 5 . Eh masih hutang, berarti -5 .”

P : “ 2 dikurangi dengan -3 berapa?”

P : “Selanjutnya perkalian skalar dengan vektor M. 3 dikalikan dengan 0 berapa?”

T5 : “3, eh 0. Oh iya salah lagi.”

P : “Kemudian 3 dikalikan dengan -2 berapa?”

T5 : “6.”

P : “bilangan bulat positif dikalikan dengan bilangan bulat negatif sama dengan?”

T5 : “Positif.”

P : “Jika terdapat bilangan bulat positif dikalikan dengan bilangan bulat negatif maka jawabannya adalah bilangan bulat negatif. Berarti 3 dikalikan dengan -2 berapa?”

T5 : “Oh, -6 .”

Berdasarkan hasil jawaban dan wawancara pada subjek T5, subjek sudah sesuai dengan prosedur operasi perkalian, penjumlahan, dan pengurangan bilangan bulat dalam menentukan penyelesaian dari $2K - 3L + M$. Secara konseptual, subjek belum tepat dalam mengoperasikan perkalian bilangan bulat pada penyelesaian soal tersebut, terutama pada saat mengalikan skalar dengan vektor. Hal ini mengakibatkan kesalahan pengoperasian dalam menjumlahkan dan mengurangi vektor, sehingga terjadi ketidaktepatan pada hasil akhir jawaban subjek. *Since there is a negative integer if multiplications operated by a positive integer, it produces a negative integer, and it applies at $-2 \times 4 = -8$, but it needs an explanation again that $-2 \times 4 = -(2 \times 4) = -8$* (Setyawati & Indiati, 2018). Maksud dari pernyataan tersebut adalah jika ada bilangan bulat negatif jika dikalikan oleh bilangan bulat positif, menghasilkan bilangan bulat negatif, dan berlaku pada $-2 \times 4 = -8$, tetapi perlu penjelasan lagi bahwa $-2 \times 4 = -(2 \times 4) = -8$.

3.2 Analisis soal kedua

Jawaban subjek T1 pada soal 4b menunjukkan bahwa subjek dapat mengerjakan soal dengan benar secara runtut sesuai dengan langkah-langkah penyelesaian. Pada langkah pertama subjek menuliskan rumus $\vec{b} \times \vec{a}$. Selanjutnya subjek mensubstitusikan apa yang telah diketahui ke dalam rumus yang sudah ditulis. Berikut hasil jawaban subjek T1.

(4.) a) $\vec{a} \times \vec{b}$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} \\ 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{k} & \vec{i} \\ 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 6\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} - (9\vec{j} + 1\vec{i} + (-2\vec{k}))$$

$$= (-7\vec{i}) + (-7\vec{j}) + 6\vec{k}$$

Gambar 4. Hasil Jawaban Soal 4a Subjek T1

Berdasarkan hasil jawaban subjek T1 secara prosedural, subjek sudah sesuai dengan prosedur perkalian bilangan bulat, penjumlahan bilangan bulat, dan pengurangan bilangan bulat pada vektor dimensi tiga. Secara konseptual, subjek belum tepat dalam mengoperasikan bilangan bulat pada vektor dimensi tiga. Berikut ini kutipan wawancara dengan subjek T1.

P : “Coba dilihat kembali pada saat mengalikan variabel \vec{k} , -2 dikalikan dengan 2 berapa?”

T1 : “ $-4\vec{k}$. Kok jawaban saya $-2\vec{k}$ hmmm.”

P : “Jadi penyelesaian akhirnya yang benar berapa?”

T1 : “ $-7\vec{i} - 7\vec{j} + 7\vec{k}$.”

Berdasarkan hasil jawaban dan wawancara pada subjek T1, subjek sudah sesuai dengan prosedur operasi perkalian cross, penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dalam menentukan $\vec{a} \times \vec{b}$. Secara konseptual, subjek belum tepat dalam mengoperasikan bilangan bulat pada penyelesaian soal tersebut. Hal ini ditunjukkan pada saat subjek mengalikan variabel \vec{k} , -2 dikalikan dengan 2 . Hasil perkalian yang salah menyebabkan hasil akhir penyelesaian tersebut juga salah. Loda, Rifat, dan Sarassanti (2018) dalam penelitiannya menyebutkan bahwa penerapan metode jarimatika dapat menjadikan siswa terampil mengalikan bilangan bulat.

b. $\vec{b} \times \vec{a}$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 i & j & k & i & j \\
 3 & -2 & 1 & 3 & -2 \\
 2 & 1 & 3 & 2 & 1
 \end{array} \\
 (4k + 1i + 9j) - (6i + 2j + 3k)
 \end{array}$$

a. $\vec{a} \times \vec{b} = -6i + 2j + 3k - (4k + 1i + 9j)$
 $= -7i - 7j - 1k$

Gambar 5. Hasil Jawaban Soal 4a Subjek T2

Berdasarkan hasil jawaban subjek T2 secara prosedural, subjek sudah sesuai dengan prosedur perkalian bilangan bulat, penjumlahan bilangan bulat, dan pengurangan bilangan bulat pada vektor dimensi tiga. Secara konseptual, subjek belum tepat dalam mengoperasikan bilangan bulat pada penyelesaian soal tersebut. Berikut ini kutipan wawancara dengan subjek T2.

P : "Pada perkalian variabel \vec{k} , -2 dikalikan dengan 2 berapa?"

T2 : "4k, eh negatif ya mbak? $-4k$."

P : "Jadi hasil pengurangan yang benar berapa?"

T2 : " $3\vec{k} - (-4\vec{k}) = 7\vec{k}$."

Berdasarkan hasil jawaban dan wawancara pada subjek T2, subjek sudah sesuai dengan prosedur operasi perkalian cross, penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dalam menentukan $\vec{a} \times \vec{b}$. Secara konseptual, subjek belum tepat dalam mengoperasikan perkalian bilangan bulat pada penyelesaian soal tersebut. Hal ini ditunjukkan pada saat subjek mengalikan variabel \vec{k} , -2 dikalikan dengan 2 . Hasil perkalian yang salah menyebabkan hasil akhir penyelesaian tersebut juga salah. Kesalahan dalam operasi perkalian bilangan bulat dapat diminimalisir dengan beberapa cara. Salah satunya penggunaan media wayangmatika dapat meningkatkan pemahaman konsep perkalian dan pembagian bilangan bulat (Wahyuningtyas & Ladamay, 2016).

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 i & j & k \\
 3 & -6 & 2 \\
 1 & 9 & -4
 \end{array} \\
 3k - 6i + 2j - 1i + 9j - 4k \\
 \vec{b} \times \vec{a} = 1i + 9j - 4k - (3k - 6i + 2j) \\
 = 7i + 11j - 7k
 \end{array}$$

Gambar 6. Hasil Jawaban Soal 4b Subjek T2

Berdasarkan hasil jawaban subjek T2 secara prosedural, subjek sudah sesuai dengan prosedur perkalian bilangan bulat, penjumlahan bilangan bulat, dan pengurangan bilangan bulat pada vektor dimensi tiga. Secara konseptual, subjek belum tepat dalam mengoperasikan pengurangan bilangan bulat pada vektor dimensi tiga. Berikut ini kutipan wawancara dengan subjek T2.

P : "Coba lihat pada operasi pengurangan variabel \vec{j} , 9 dikurangi 2 berapa?"

T2 : "7 mbak."

P : "Ini kenapa jawabannya 11?"

T2 : "Oh iya di depan tanda kurung ada operasi pengurangan, saya langsung tak jumlah."

Berdasarkan hasil jawaban dan wawancara pada subjek T2, subjek sudah sesuai dengan prosedur operasi perkalian cross, penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dalam menentukan $\vec{b} \times \vec{a}$. Secara konseptual, subjek belum tepat dalam mengoperasikan pengurangan bilangan bulat pada penyelesaian soal tersebut. Terdapat beberapa cara untuk meminimalisir kesalahan siswa dalam menjumlahkan dan mengurangi bilangan bulat. Salah satunya media tarser dalam pembelajaran materi operasi penjumlahan dan pengurangan dapat mendukung pencapaian positif hasil belajar siswa dan layak menjadi alternatif media pembelajaran bagi guru dalam memfasilitasi siswa mengkonstruksi pemahaman konsep operasi bilangan bulat (Nasrullah & Amirullah, 2018).

4. PENUTUP

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa:

- 4.1 Kesalahan konseptual dalam mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat terjadi pada siswa berkemampuan sedang dan rendah. Hal ini ditunjukkan pada soal nomor 1. Sedangkan kesalahan konseptual dalam mengoperasikan pengurangan bilangan bulat terjadi pada siswa berkemampuan rendah, sedang, maupun tinggi. Hal ini ditunjukkan pada soal nomor 2 dan soal nomor 4. Kesalahan konseptual dalam mengoperasikan perkalian bilangan bulat terjadi pada siswa berkemampuan rendah, sedang, maupun tinggi. Hal ini ditunjukkan pada soal nomor 2 dan soal nomor 4. Penyebab kesalahan konseptual dalam mengoperasikan bilangan bulat pada vektor dimensi tiga adalah siswa memegang kesalahpahaman atau tidak memiliki pemahaman tentang prinsip dan ide dasar yang berkaitan dengan bilangan bulat.
- 4.1 Kesalahan prosedural dalam penelitian ini terletak pada prosedur perkalian bilangan bulat. Kesalahan ini terjadi pada siswa berkemampuan rendah, sedang, maupun tinggi. Hal ini ditunjukkan pada soal nomor 2. Siswa memiliki kesalahpahaman konsep bahwa tanda “-” sebagai tanda operasi pengurangan dianggap dengan bilangan bulat negatif. Penyebab kesalahan prosedural dalam mengoperasikan bilangan bulat pada vektor dimensi tiga adalah siswa salah menerapkan aturan operasi pada bilangan bulat.

DAFTAR PUSTAKA

- Asmida, Sugiatno, dan Nursangaji, A. (2016). Pemahaman konseptual dan kelancaran prosedural siswa dalam operasi hitung bilangan bulat di sekolah menengah pertama. *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran*, 5(6).
- Ekawati, E. (5 Oktober 2011). *Peran, fungsi, tujuan, dan karakteristik matematika sekolah*. Diakses dari <http://p4tkmatematika.org/2011/10/peran-fungsi-tujuan-dan-karakteristik-matematika-sekolah/>
- Fuadiah, N. F., Suryadi, D., & Turmudi. (2017). Analysis of didactical contractson teaching mathematics: A design experiment on a lesson of negative integers operations. *International Journal of Instruction*, 12(1).

- Haryono, D. (2014). *Filsafat matematika (suatu tinjauan epistemologi dan filosofi)*. Bandung: Alfabeta.
- Isik, C. (2018). Analyzing problems posed by prospective teachers related to addition and subtraction operations with integers. *Higher Education Studies*, 8(3).
- Johnson, B., R., Schneider, M., dan Star, J., R. (2015). Not a one-way street: Bidirectional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. *Educ Psychol Rev.* doi:10.1007/s10648-015-9302-x.
- KBBI Daring. (2016). Kamus besar bahasa indonesia daring *online*. Diakses dari <https://kbbi.kemendikbud.go.id/>
- Kurniati, R., Ruslan, dan Ihsan, H. (2018). Miskonsepsi siswa sekolah menengah pertama (smp) terhadap bilangan bulat, operasi dan sifat-sifatnya. *Jurnal Ilmu Pendidikan*, 1(1).
- Loda, Y. G., Rifat M., & Sarassanti Y. (2018). Analisis keterampilan mengalikan bilangan bulat menggunakan metode jarimatika pada siswa kelas rendah. *Jurnal Pendidikan Dasar*, 6(2).
- Nasrullah, P., & Amirullah R. (2018). Penggunaan tarser dalam menyelesaikan soal operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat tingkat smp. *Jurnal Matematika Kreatif Inovatif (KREANO)*, 9(2).
- Nuraida, E. M., & Putri, R. I. I. (2018). Implementasi lesson study dalam pembelajaran matematika materi perkalian dan pembagian bilangan bulat peserta didik kelas vii. *Seminar Nasional Pendidikan Matematika Ahmad Dahlan 2018*, 6.
- Pratama, E. A. (2018). *Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal bilangan berpangkat dan bentuk akar pada siswa kelas x smk muhammadiyah 2 surakarta tahun ajar 2017/2018*. Naskah Publikasi.
- Purnomo, Y. W. (2014). *Serial metematika untuk pgsd bilangan cacah dan bulat sebuah tinjauan konsep dan instruksional dalam pembelajaran*. Bandung: Alfabeta.
- Setyawati, R. D., & Indiati, I. (2018). Analysis misconception of integers in microteaching activities. *Journal of Physics: Conference Series*, 1013(1).
- Siagian, M. D. (2016). Kemampuan koneksi matematika dalam pembelajaran matematika. *MES (Journal of Mathematics Education and Science)*, 2(1).
- Sulistyarini, D. A. (2016). Analisis kesulitan siswa smk citra medika sukoharjo dalam menyelesaikan soal bentuk akar dan alternatif pemecahannya.

Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya (KNPMP I)
Universitas Muhammadiyah Surakarta.

Wahyuningtyas, D. T., dan Ladamay I. (2016). Meningkatkan pemahaman konsep perkalian dan pembagian bilangan bulat menggunakan media wayangmatika. *Pancaran*, 5(3).